

Прикладная Алгебра 5 семестр

Список тем на основании кр 2018 года

ПА 1 номер

1. Установить, является ли многочлен $x^3 + 2x^2 + 1$ примитивным над $\mathbb{F}_3$.

1. Для поля $\mathbb{F}_2^4 = \mathbb{F}_2[x]/(-x^4 + x + 1)$ найти все примитивные элементы.

1. Найти все корни многочлена $f(x) = x^{467} + x^{457} - 2x^{329} + 2x^{311} + 2 \in \mathbb{F}_3[x]$ в поле $\mathbb{F}_3$.

1. В фактор-кольце $\mathbb{F}_2[x]/(x^5 + x^4 + 1)$ найти все элементы главного идеала $(x^2 + x + 1)$.

1. Для поля $\mathbb{F}_3^2 = \mathbb{F}_3[x]/(x^2 + 2x + 2)$ построить таблицу соответствий между полиномиальным и степенным представлением для всех ненулевых элементов поля. С помощью данной таблицы вычислить выражение

$$\frac{2}{2x + 2} + \frac{(x + 2)^{10}(2x)}{(2x + 2)^6(x)}$$

1. Найти порядок элемента $2x + 1$ в поле $\mathbb{F}_3[x]/(x^2 + x + 2)$.

1. Для поля $\mathbb{F}_3^2 = \mathbb{F}_3[x]/(x^2 + x + 2)$ найти все примитивные элементы.

ПА 2 номер

2. Найти $f \in \mathbb{F}_7[x]$, удовлетворяющий уравнению

$$(3x^3 + 5x^2 + 6x + 1)f(x) \equiv 5x + 1 \pmod{6x^3 + 6x}.$$

2. В поле $\mathbb{F}_3[x]/(-2x^4 + x^3 + 2)$ найти обратный элемент для $x^2 + x + 2$.

ПА 3 номер

3. В поле $\mathbb{F}_5^2 = \mathbb{F}_5[x]/(x^2 + 3x + 3)$ найти обратную для матрицы

$$\begin{bmatrix} 2x & 4x \\ 4x + 4 & x + 1 \end{bmatrix}$$

3. В поле $\mathbb{F}_5^2 = \mathbb{F}_5[x]/(x^2 + 4x + 2)$ решить следующую СЛАУ:

$$(3x + 2)a + (x + 4)b = 2x + 2,$$

$$(x + 1)a + (4x + 2)b = x + 4.$$

ПА 4 номер

4. Найти общее количество неприводимых нормированных многочленов степени 8 над полем $\mathbb{F}_5$.

4. Для многочлена $x^9 - 1 \in \mathbb{F}_7[x]$ определить количество и степени неприводимых множителей. В каком минимальном поле расширения $\mathbb{F}_7$ данный многочлен раскладывается на линейные множители?

4. Разложить на неприводимые множители многочлен $x^9 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$.

ПА 5 номер

5. Найти минимальное поле характеристики 3, в котором многочлен $2x^4 + x^3 + x \in \mathbb{F}_3[x]$ раскладывается на линейные множители. В данном поле найти все корни этого многочлена.
5. Найти минимальный многочлен $m(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, который имеет корень α^5 , где α – примитивный элемент поля $\mathbb{F}_3^3 = \mathbb{F}_3[x]/(x^3 + 2x^2 + x + 1)$.

ПА 6 номер

6. Циклический $(7, 3)$ -код задан своим порождающим полиномом $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$. Требуется определить минимальное расстояние кода d , а также осуществить систематическое кодирование полинома $u(x) = x^2 + 1$.

6. Линейный код задан своей проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Требуется построить порождающую матрицу кода G для систематического кодирования, при котором биты исходного сообщения переходят в последние биты кодового слова. Найти систематическое кодирование для векторов $\mathbf{u}_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{u}_2 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]^T$.

ПА 7 номер

7. Рассмотрим код БЧХ с нулями α^i , $i = 1, \dots, 4$, где α – примитивный элемент поля $\mathbb{F}_2[x]/(x^4 + x + 1)$. Требуется найти полином локаторов ошибок $\sigma(x)$ для принятого полинома $w(x) = x^{14} + x^{12} + x^{11} + x^9 + x^8 + x^4 + x^3 + x^2$.

7. Рассмотрим код Хэмминга, ноль которого определяется примитивным элементом $\alpha \in \mathbb{F}_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$. Требуется декодировать полученный полином $w(x) = x^3 + x$.

7. Рассмотрим код БЧХ, нули которого определяются степенями α , где α – примитивный элемент поля $\mathbb{F}_2[x]/(x^4 + x + 1)$. Пусть для некоторого принятого слова $w(x)$ полином локаторов ошибок $\sigma(x) = +\alpha^8 x^2 + \alpha^{11} x^1 + \alpha^3 x^0$. Требуется определить позиции ошибок в $w(x)$.